

# Cavidade Electromagnética

Ana Vieira da Silva nº46722

Artur Palha nº46724

Pedro Ribeiro nº46751

15 de Junho de 2002

## Resumo

Determinação do desvio de frequência de ressonância de uma cavidade electromagnética ressonante, trabalhando no modo TM010, provocado pela existência de plasma ao longo de uma coluna fina centrada no eixo da cavidade.

## Descrição da Experiência

Para se determinar o valor das grandezas em estudo neste trabalho experimental, procedeu-se ao traçado dos gráficos das ondas incidente, reflectida e transmitida (com e sem plasma).

## Procedimento Experimental

Procedeu-se segundo a descrição do guia. Desta forma, salientam-se apenas os pontos relevantes para uma posterior repetição da experiência.

Calculou-se um valor inicial para a frequência de ressonância da cavidade sem plasma:

$$f_{res} = \frac{c}{2\pi} \frac{x_0}{R} = 3586.05\text{MHz}$$

Inicialmente todo o aparato foi configurado por forma a maximizar as ondas reflectida e transmitida, regulando-se, para isso, os *stubs*. Posteriormente varreu-se uma gama de frequências para ajustar o gráfico no papel e seleccionar o intervalo de interesse. Fizeram-se as seguintes regulações, para aquisição do primeiro gráfico do sinal transmitido sem plasma:

- *Flags* do gerador de sinal em: *start* 3.56GHz, *stop* 3.64 GHz;
- Máximo do sinal para os *stubs* nas posições: *stub1*: 10.8cm; *stub2*: 10.5cm.

Fez-se uma análise rápida das curvas, de modo a fazer-se uma escolha adequada das escalas às dimensões do papel (XX→EX=1k/in) e (YY→EY=2.5mV/cm) e registaram-se as ondas transmitida e a reflectida, com a quais se determinou o primeiro valor de  $f_{res0}$ .

Estreitou-se a gama de frequências para  $65 \times 0.1\text{MHz}$  com um valor central de  $35.95 \times 0.1\text{GHz} - 5.5\text{MHz}$  (ajuste fino). Para desenhar todas as curvas na mesma folha, alterou-se *EY* para  $EY = 25\text{mV/cm}$ . Registaram-se as curvas correspondentes às ondas transmitida  $Y_2$ , reflectida  $Y_{1b}$  e incidente  $Y_{1a}$  nas novas condições. Introduziu-se hélio na câmara e regularam-se todos os parâmetros de modo a recriar as condições de trabalho utilizadas nas experiências Sonda de Langmuir e Interferometria:

- Tensão nas bobinas: -2kV;
- Pressão do Hélio:  $6.10 \times 10^{-4}\text{mBar}$ ;
- Intensidade da corrente do feixe:  $2.1 \times 2 = 4.2\text{mA}$ ;

- Intensidade da corrente no filamento: 42.25 A.

Registaram-se as curvas correspondentes à onda transmitida para cada um dos valores da corrente da bobina, utilizados em *sonda de Langmuir*. Não injectando nenhum sinal no canal Y do registador desenhou-se a curva de referência,  $E(\omega) = 0$ . Registaram-se também curvas correspondentes às ondas reflectida e incidente com plasma na câmara ( $I_{bobinas} = 6.5A$ ).

Em todas as medições tentou-se assegurar a máxima constância possível para os parâmetros de trabalho, reajustando-os antes de cada registo.

### Montagem Experimental

A montagem experimental utilizada nesta experiência foi a apresentada na Figura 1.

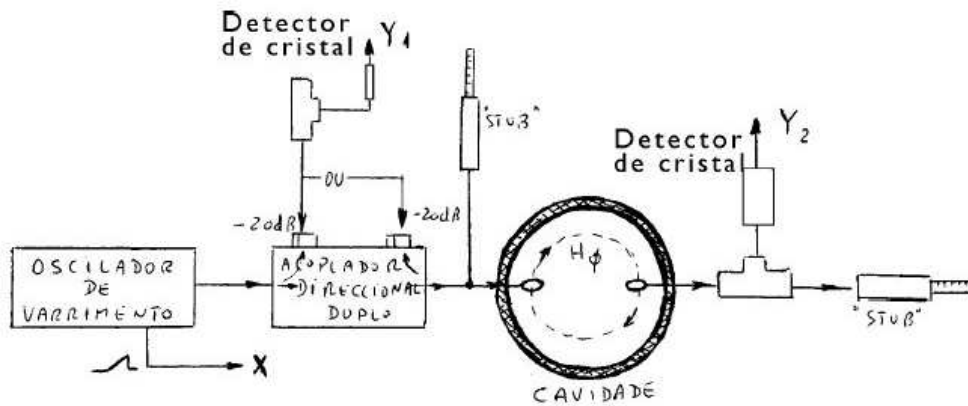


Figura 1: Esquema da montagem experimental.

### Registo de dados

Apresenta-se, na Tabela 1<sup>1</sup>, as propriedades das curvas: escalas, condições do plasma, etc..

Curva	Onda	Escalas
A1	$T_{\text{sem plasma}}$	EX:1k/in
B1	$R_{\text{sem plasma}}$	EY:2.5mV/cm
Factor de conversão:FactConv1		
C2	$I_{\text{sem plasma}}$	
A2	$T_{\text{sem plasma}}$	
B2	$R_{\text{sem plasma}}$	
D	REF	EX:1k/in
A3	$T_{I_B=5.00A}$	EY:25mV/cm
A4	$T_{I_B=6.50A}$	Factor de conversão:FactConv2
A5	$T_{I_B=7.75A}$	
A6	$T_{I_B=9.00A}$	
B4	$R_{I_B=6.50A}$	
C4	$I_{I_B=6.50A}$	EY:10mV/cm

Tabela 1: Identificação das curvas

<sup>1</sup>Reflectida, Transmitida, Incidente

Como as curvas são simétricas, optou-se por utilizar o mesmo método que na experiência da *Bancada Coaxial* para determinar a posição dos picos correspondentes à frequência da ressonância. Assim escolheu-se uma linha do papel milimétrico e mediu-se a distância entre os pontos de intersecção desta com cada uma das curvas e o início da curva; calculando-se, de seguida a posição do pico. Os valores medidos foram os apresentados na Tabela 2.

Curva	$B(T)$	$x_-(cm)$	$x_+(cm)$	$x_0(cm)$
A1	sem plasma	10.85	13.45	12.15
A2	sem plasma	3.65	6.25	4.95
A3	0.0135	5.70	8.70	7.20
A4	0.0176	5.85	9.20	7.53
A5	0.0209	6.00	10.65	8.33
A6	0.0243	6.35	10.90	8.63

Tabela 2: Medições dos picos das curvas

Em anexo é apresentada a folha onde foram registadas todas as curvas indicadas na Tabela 1 e das quais foram retirados dados.

## Tratamento de dados

### Frequência de ressonância da cavidade sem plasma $\omega_0$

Numa cavidade ressonante cilíndrica de raio  $R$  e comprimento  $d$ <sup>2</sup> devido às reflexões nas paredes da cavidade a dependência em  $z$  dos campos será a das ondas estacionárias:

$$A_1 \cos(kz) + A_2 \sin(kz)$$

Impondo as condições fronteira para as ondas TM:

$$z = 0 \Rightarrow \mathbf{E}_t = 0$$

$$z = d \Rightarrow \mathbf{E}_t = 0$$

Facilmente se verifica que estas só são satisfeitas para:

$$k = \frac{n\pi}{d}, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Assim, a componente em  $z$  do campo eléctrico fica:

$$E_z = E_z^0(r, \phi) \cos\left(\frac{n\pi z}{d}\right), \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Onde<sup>3</sup>

$$E_z^0(r, \phi) = C_n J_n(hr) \cos(n\phi)$$

Os valores admissíveis de  $h$ , para os modos TM, são dados pelas condições fronteira na superfície curva do condutor:

$$J_n(ha) = 0$$

Existe um número infinito de zeros de  $J_n(x)$ , logo o menor valor de  $h$  é dado por:

$$h_{TM01} = \frac{2.405}{d}$$

<sup>2</sup>A cavidade está preenchida por um meio dieléctrico sem perdas, com constantes  $\mu$  e  $\epsilon$  e as paredes da cavidades assumem-se como condutores perfeitos. Eixo coincidente com o eixo  $Oz$

<sup>3</sup>Em *Cheng, David K., Field and Wave Electrodynamics, pp.567-590* existe uma descrição mais exaustiva, incluindo as expressões analíticas para todas as outras componentes de  $\mathbf{E}$ .

que dá uma frequência de ressonância mínima de:

$$(f_c)_{TM01} = \frac{h_{TM01}}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{0.383}{d\sqrt{\mu\epsilon}} \quad (1)$$

Pode-se ver imediatamente da Expressão 1, que existe uma relação linear entre a frequência de ressonância e a velocidade de fase da luz no meio dieléctrico que preenche a cavidade. Tal implica que, quando a cavidade se encontrar preenchida por um meio dieléctrico *normal*, ou seja, com uma permitividade superior à do vácuo (velocidade de fase inferior) a frequência de ressonância diminui. Um plasma tem uma permitividade equivalente dada pela seguinte expressão:

$$\epsilon_p = \epsilon_0 \left( 1 - \frac{f_p^2}{f^2} \right) = \epsilon_0 \left( 1 - \frac{ne^2}{4\pi^2 m_e \epsilon_0 f^2} \right)$$

que é menor que a do vácuo, o que faz com que a velocidade de fase das ondas electromagnéticas seja maior, logo a frequência de ressonância maior.

A previsão teórica para a frequência de ressonância sem plasma é de 3586.05MHz.

O cálculo da frequência de ressonância da cavidade sem plasma, pôde ser feita com base em duas curvas diferentes: A1 e A2. Faz-se, de seguida, uma breve descrição do método utilizado. A gama de varrimento [3.56, 3.64]GHz tem uma largura ( $\Delta_f$ ) de 80MHz, que no registo corresponde a 25.95cm ( $\Delta_x$ ), assim o factor de conversão é:

$$F_{conv1} = \frac{\Delta_f}{\Delta_x} = 3.08\text{MHz.cm}^{-1}$$

O pico da curva encontra-se, como se pode ver da Tabela 2, a 12.15cm ( $x_0$ ) do ponto correspondente aos 3.56GHz. Logo:

$$f_{res0} = F_{conv1}x_0 = 3597.7\text{MHz}$$

Para a segunda curva a gama tem uma largura de 6.5MHz o que, no registo, corresponde a 25.9cm, assim o factor de conversão é:

$$F_{conv2} = \frac{\Delta_f}{\Delta_x} = 0.251\text{MHz.cm}^{-1}$$

O pico da curva encontra-se, como se pode ver da Tabela 2, a 4.95cm deste extremo. Logo:

$$f_{res0} = F_{conv2}x_0 = 3587.5\text{MHz}$$

Optou-se pelo segundo valor uma vez que este foi obtido de uma curva que apresenta uma maior resolução em frequência<sup>4</sup>. Note-se que a concordância entre este resultado e o valor previsto teoricamente é muito boa.

## Frequências de ressonância da cavidade com plasma $\Delta\omega_0$

Utilizando o método já exposto atrás, calcularam-se as frequências de ressonância para os diferentes confinamentos e os respectivos desvios em frequência em relação ao pico da curva referente à situação da cavidade sem plasma, como se pode ver da Tabela 3.

## Determinação da densidade do plasma

A densidade do plasma que está contido na cavidade pode ser calculada a partir da fórmula constante no guia:

$$n_e(\text{cm}^{-3}) = C(D = 6.4\text{cm}, d = 1\text{cm}) \times \Delta f(\text{MHz}) \quad (2)$$

<sup>4</sup>A escala utilizada era menor.

Curva	$f_{res}(MHz)$	$\Delta f(MHz)$
A1	3597.7	-
A2	3586.30	-
A3	3586.86	0.56
A4	3586.95	0.65
A5	3587.15	0.85
A6	3587.22	0.92

Tabela 3: Frequências e desvios dos picos

em que:

$$\begin{aligned}
C(D = 6.4cm, d = 1cm) &= \frac{m\epsilon_0}{e^2} 8\pi^2 f_0(MHz) \frac{R^2}{a^2} \frac{J_1^2(2.405) \times 10^6}{J_0^2(0.375) + J_1^2(0.375)} = \\
&= \frac{9.109 \times 10^{-31} Kg \times 8.8542 \times 10^{-12} Fm^{-1}}{(1.6022 \times 10^{-19} C)^2} 8\pi^2 \times 3586.3 MHz \times \\
&\quad \times \left(\frac{3.2cm}{0.5cm}\right)^2 \frac{0.51911^2 \times 10^6}{0.965152^2 + 0.184223^2} \\
&= 1.01711 \times 10^9 cm^{-3} MHz^{-1}
\end{aligned}$$

Onde  $R=D/2$ =raio interior da cavidade e  $a=d/2$ =raio dos furos de passagem para o plasma. Note-se que  $C$  só depende da frequência de ressonância da cavidade sem plasma e da geometria da mesma.

Os valores calculados de  $n_e$  em função do campo magnético, recorrendo à Expressão 2 foram os apresentados na Tabela 4.

$IB(A)$	$B(T)$	$\Delta f(MHz)$	$n_e(m^{-3})$
5	0.0135	0.56	$5,74413 \times 10^{14}$
6.5	0.0176	0.65	$6,57384 \times 10^{14}$
7.75	0.0209	0.85	$8,6162 \times 10^{14}$
9	0.0243	0.92	$9,38209 \times 10^{14}$

Tabela 4: Densidade em função do campo magnético.

Apresenta-se de seguida o gráfico da densidade do plasma em função de  $B$ . Para comparação posterior com os valores de densidade obtidos por outros métodos, lembre-se que este método permite obter uma densidade *média* do plasma ao longo de 5cm (comprimento da cavidade), na zona mais próxima do canhão electrónico (onde se encontra montada a cavidade).

Da análise do gráfico verifica-se que a densidade do plasma aumenta quando o campo magnético  $B$  aumenta e obedece a uma relação aproximadamente linear, tal como se tinha constatado nas experiências anteriores de diagnósticos de plasmas.

## Determinação do factor de qualidade

Para uma cavidade ressonante ideal, com um meio dieléctrico ideal e paredes condutoras perfeitas, só existiria uma frequência de ressonância bem definida, à qual corresponderia uma curva de potência transmitida do tipo delta de Dirac. No entanto, como foi constatado experimentalmente, existe uma banda estreita de alguns MHz para a qual existe uma quantidade considerável de potência transmitida. Este fenómeno ocorre porque existe dissipação de energia nas paredes da cavidade e também no dieléctrico que preenche a cavidade, principalmente quando esta contém plasma. Uma medida deste alargamento de banda de frequência é o factor de qualidade da cavidade, definido como  $2\pi$  vezes a razão da média temporal da energia contida na cavidade pela

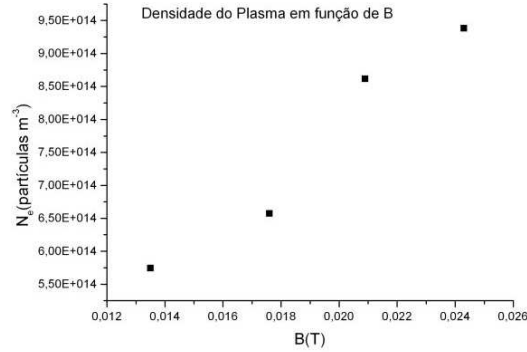


Figura 2: Densidade do plasma em função de B.

energia perdida por ciclo:

$$Q = w_0 \frac{\text{Energia armazenada}}{\text{Perda de energia}}$$

Depois de algumas considerações, encontra-se uma definição equivalente para Q: (ver Jackson, *Classical Electrodynamics*).

$$Q_i = \frac{f_0}{FWHM_i}$$

em que  $f_0$  é a frequência de ressonância da cavidade sem plasma (3587.5MHz) e  $FWHM$  é a largura a meia altura. Medindo a largura a meia altura para cada curva de potência transmitida obtemos o factor de qualidade  $Q_i$ , constante na Tabela 5.

$IB(A)$	$B(T)$	$\Delta f(MHz)$	$FWHM(MHz)$	$Q$
0	0	0	2.7108	1323.41
5	0.0135	0.56	2.9618	1211.25
6.5	0.0176	0.65	2.9367	1221.61
7.75	0.0209	0.85	2.9367	1221.61
9	0.0243	0.92	2.9116	1232.14

Tabela 5: Factor de qualidade.

De acordo com o autor acima referido valores de Q da ordem de milhares são comuns para micro-ondas, o que está de acordo com os resultados obtidos.

Observa-se que o factor de qualidade da cavidade diminui quando se introduz plasma. De facto, ao introduzir o plasma na cavidade alteram-se numa coluna fina (delimitada pelo confinamento do plasma) as propriedades do dieléctrico, aumentando a dissipação de energia. Na Figura 3 representa-se o gráfico do efeito que o aumento do campo magnético produz no factor de qualidade.

Quando  $B$  aumenta, a densidade do plasma que está contido na cavidade aumenta. Como a pressão é mantida sensivelmente constante e o número de partículas é o mesmo, o volume ocupado pelo coluna fina de plasma centrada no eixo da cavidade diminui (( $B$ ) aumenta  $\implies$  maior confinamento do plasma). Sendo assim, a perturbação introduzida no meio dieléctrico pela presença do plasma diminui, logo o factor de qualidade aumenta.

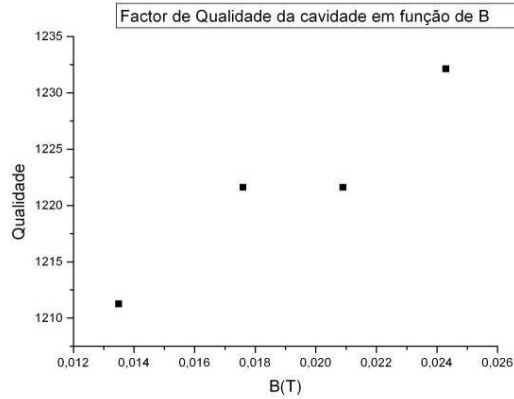


Figura 3: Factor de qualidade em função da frequência

## Conclusões

### Comparação da onda incidente, transmitida e reflectida.

Para uma onda incidente com potência constante seria de esperar que a forma das ondas reflectida e transmitida fossem complementares, em particular para a frequência de ressonância a onda transmitida apresentaria um máximo de potência e a onda reflectida um mínimo<sup>5</sup>. Esta complementaridade não se verificou para as curvas A1 e B1 (aliás a onda reflectida apresentava uma grande oscilação). Este facto levar-nos-ia a inferir que a onda incidente não tinha uma potência constante. Contudo, por lapso, não se registou essa onda numa escala de frequências igual à utilizada para as ondas A1 e B1, pelo que não se pode fazer uma boa análise.

Apenas se traçou a curva incidente a uma escala de frequências menor (curva C4), assim a forma de C4 corresponde apenas a um pequeno intervalo, em frequência, em torno do pico da transmitida (A1) como assinalado na folha. Ao olhar-se para a curva C4 observa-se uma pequena oscilação na sua potência, podendo-se considerar que esta é aproximadamente constante neste intervalo. Ainda assim, as curvas transmitida e reflectida (para esta escala de frequências menor) para a situação sem plasma (A2 e B2) e com  $I_B = 6.5A$  (A4 e B4) não são complementares. De facto o mínimo local da curva reflectida está desviado no sentido das frequências mais altas em relação ao máximo da curva transmitida, como mostra a Tabela 6.

Curvas	$\Delta x(\text{cm})$	$\Delta f(\text{MHz})$
A2 e B2	1.2	0.30
A4 e B4	1.15	0.29

Tabela 6: Desvios dos picos das curvas reflectidas e transmitidas.

Não se conseguiu encontrar justificação para este desvio, uma hipótese reside na electrónica do aparato experimental.

### Comparação das densidades nas diversas situações experimentais

Verificou-se, na experiência *sonda de Langmuir* que a densidade do plasma,  $n_e$ , diminui com a distância ao canhão. Nomeadamente verificou-se que a razão entre a densidade a 41cm e a 65cm era aproximadamente de 2. Uma vez que o estudo da densidade em função de  $B$ , em *sonda*

<sup>5</sup>Como mostra o gráfico presente no guia experimental.

de *Langmuir*, foi feito para uma posição da sonda de 53cm e a cavidade se encontra montada imediatamente a seguir ao canhão, apenas se pode fazer uma comparação especulativa (variam dois parâmetros: o método utilizado e a posição da sonda; que entram em competição).

A Figura 4 apresenta um gráfico onde são comparadas as densidade obtidas em função de  $B$  nos diferentes métodos<sup>6</sup>.

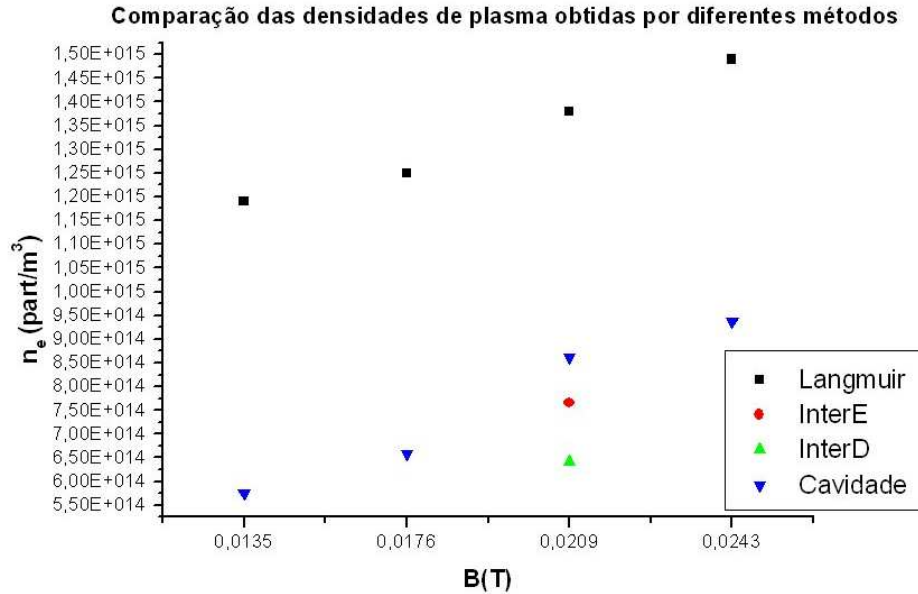


Figura 4: Comparação entre as densidades calculadas pelos diversos métodos.

Da análise da Figura 4 observa-se que os diferentes métodos fornecem a mesma ordem de grandeza para o valor de  $n_e$ . Para um mesmo valor de  $B$ , verifica-se que a densidade obtida em *sonda de Langmuir* é sempre maior que a densidade obtida em *cavidade ressonante* e que as obtidas em *interferometria* são menores, apesar de ambas terem sido feitas mais afastadas do canhão que a *cavidade ressonante*. Como a *cavidade ressonante* estava mais próxima do canhão, o facto de a densidade ser menor que na *sonda de Langmuir* é contraditório. Tal poderá ser explicado pela natureza distinta dos erros sistemáticos dos métodos. Note-se, no entanto, que o valor obtido, na *interferometria*, para a  $n_e$  à esquerda, é mais próximo do valor da *cavidade ressonante* que o valor de  $n_e$  à direita, o que está de acordo com o aumento de  $n_e$  com a proximidade ao canhão.

### Comparação entre os diferentes métodos de determinação da densidade

Em *sonda de Langmuir* a determinação da densidade é feita localmente, enquanto que em *cavidade ressonante* e *interferometria* o valor obtido da densidade é uma média espacial. Em *cavidade ressonante* a média é feita no interior da cavidade<sup>7</sup> e em *interferometria* a média é feita próximo do ponto de injeção do sinal, à sua esquerda e direita.

Uma vantagem de *sonda de Langmuir* reside na possibilidade de determinar outras grandezas física do plasma, nomeadamente a temperatura electrónica e o comprimento de Debye, ou seja, é um método de diagnóstico mais completo.

<sup>6</sup>Não esquecer que a densidade foi medida a distâncias diferentes

<sup>7</sup>Comprimento de 5 cm.

Quanto à precisão de cada método, só se pode comentar os erros inerentes à leitura dos dados. Por ordem crescente encontra-se: *cavidade ressonante*, *sonda de Langmuir* e *interferometria*. Em *interferometria* o erro é maior visto que a determinação dos períodos é difícil, contendo em si uma grande fonte de erro. Em *sonda de Langmuir* existia um erro associado à recolha de pontos da curva da característica corrente-tensão e à determinação das zonas de interesse de recolha destes. Em *cavidade ressonante* o único erro associado residia na determinação do pico correspondente à frequência de ressonância, que, comparativamente, tem um erro inerente muito menor que os dois anteriores.