Ficha nº 6 de Estado Sólido

Artur Palha nº 46724

15 de Abril de 2003

Exercício 16

As expressões utilizadas para as distribuições de Fermi-Dirac e Bose-Einstein foram:

$$f_{F-D}(\epsilon) = \frac{1}{e^{\frac{\epsilon-\mu}{kT}}+1} \longrightarrow \text{Fermi} - \text{Dirac}$$
$$f_{B-E}(\epsilon) = \frac{1}{e^{\frac{\epsilon-\mu}{kT}}-1} \longrightarrow \text{Bose} - \text{Einstein}$$

Os gráficos das distribuições para as três temperaturas são apresentados na figura 1.

Exercício 17

Sabe-se que:

$$C_V(T) = 3NkT$$

Como se pretende uma estimativa grosseira, pode-se considerar $C_V(T) = \text{const.}$. Logo:

$$\mathrm{d}U = C_V \mathrm{d}T$$

Assim:

$$\begin{aligned}\Delta U &= \Delta T C_V \\ &= \Delta T 3NkT_{\text{medio}} \\ &= 3Nk \times 323 \times 60 \\ &\simeq 2.33 \times 10^6\,\text{J}\end{aligned}$$

Como a energia gasta por kWh é 0.09 euros, isso dá:

$$\begin{aligned}\text{Custo} &= 0.09 \times \frac{2.33 \times 10^6}{3600 \times 10^3}\,\text{euros} \\ &\simeq 0.058\,\text{euros}\end{aligned}$$

Exercício 18

O número total de modos com um vector de onda menor ou igual a K é:

$$N = \left(\frac{V}{2\pi}\right)^3 \frac{4\pi K^3}{3}$$

A densidade de estado é, então:

$$\begin{aligned} D(\omega) &= \frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}\omega} \\ &= \frac{VK^2}{2\pi^2}\frac{\mathrm{d}K}{\mathrm{d}\omega} \end{aligned} \tag{1}$$

Mas, do enunciado, sabe-se que:

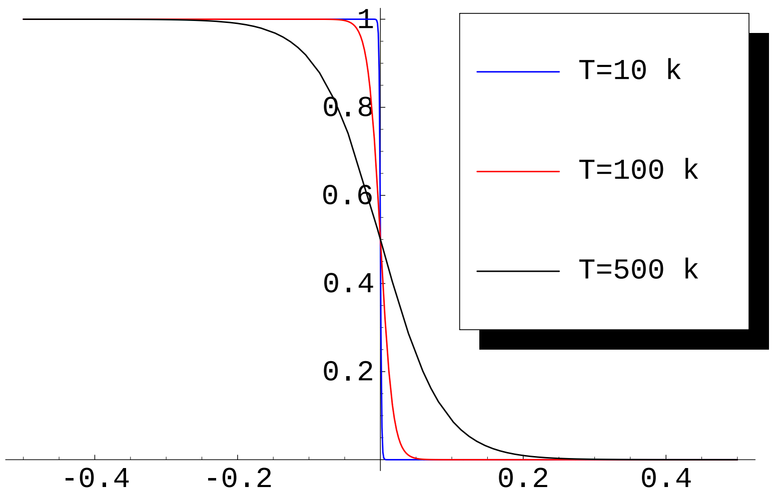
$$K = \pm\sqrt{\frac{\omega_0 - \omega}{A}}$$

Logo:

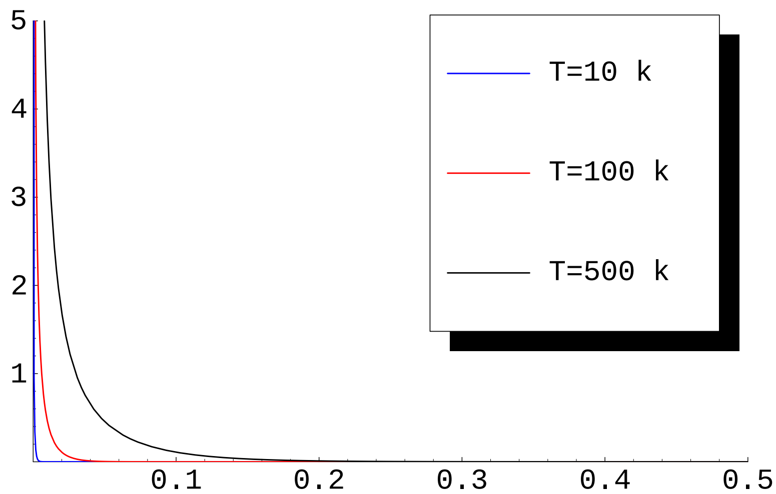
$$\frac{\mathrm{d}K}{\mathrm{d}\omega} = \mp\frac{1}{2AK}$$

Substituindo na equação 1 fica:

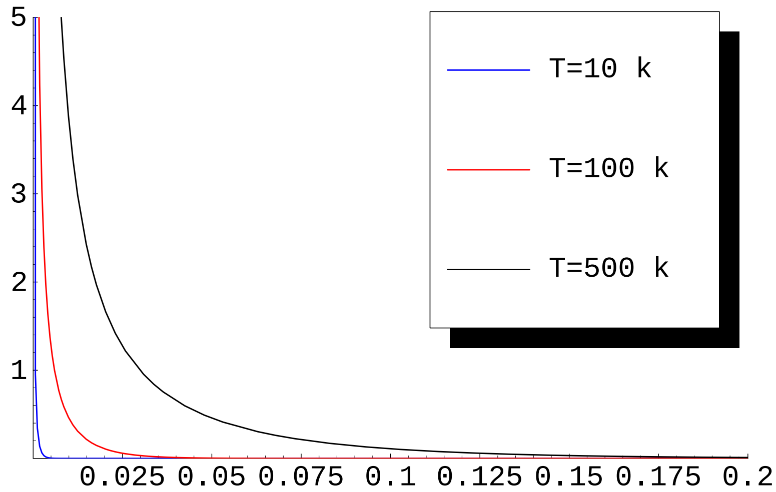
$$\begin{aligned} D(\omega) &= \mp\frac{VK^2}{2\pi^2}\frac{1}{2AK} \\ &= \mp\frac{VK}{4\pi^2 A} \\ &= \mp\frac{2\pi V}{(2\pi)^3}\sqrt{\frac{(\omega_0 - \omega)}{A}} \end{aligned}$$



(a) Fermi-Dirac



(b) Bose-Einstein (0-0.5)



(c) Bose-Einstein (0-0.2)

Figura 1: Distribuições de Fermi-Dirac e Bose Einstein para temperaturas T=10k, 100k e 500k.