# Ficha nº 8 de Estado Sólido

Artur Palha nº 46724

21 de Maio de 2003

## Exercício 25

### Tempo de relaxação $\tau$

Sabe-se que:

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m}$$

O que significa que:

$$\tau = \frac{m\sigma}{ne^2}$$

Com $\sigma$ a condutividade, $n$ a densidade de electrões $m$ a massa do electrão e $e$ a carga do electrão. Uma vez que $\rho = \sigma^{-1}$, temos:

$$\tau = \frac{m}{ne^2\rho}$$

A densidade electrónica ($n$) é a razão entre o número de electrões existentes na célula e a seu volume:

$$n = \frac{N}{V_{\text{cell}}} = \frac{1}{a^3}$$

Logo:

$$\tau = \frac{ma^3}{2e^2\rho}$$

Como existem, no gráfico, dois dados diferentes para a resistividade ($\rho$), calculam-se dois resultados diferentes para o tempo de relaxação:

$$\begin{aligned}
\tau_1 &= \frac{a^3 m}{2e^2 \times 7.2 \times 10^{-6} \times 4.2} \simeq 2.31 \times 10^{-17}\,\text{s} \\
\tau_2 &= \frac{a^3 m}{2e^2 \times 7.2 \times 10^{-6} \times 1.5} \simeq 6.46 \times 10^{-17}\,\text{s}
\end{aligned}$$

### Livre percurso médio $\ell$

O livre percurso médio é calculado pela expressão:

$$\ell = v_F \tau$$

Da ficha anterior tem-se que:

$$\epsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m}\left(3\pi^2 n\right)^{\frac{2}{3}}$$

Logo:

$$\begin{aligned} v_F &= \sqrt{\frac{2\epsilon_F}{m}} \\ &= \left(3\pi^2 n\right)^{\frac{1}{3}} \frac{\hbar}{m} \end{aligned}$$

Logo:

$$\ell = \tau \left(3\pi^2 n\right)^{\frac{1}{3}} \frac{\hbar}{m}$$

O que dá:

$$\begin{aligned} \ell_1 &= \tau_1 \left(3\pi^2 n\right)^{\frac{1}{3}} \frac{\hbar}{m} \simeq 2.37 \times 10^{-11}\,\mathrm{m} \\ \ell_2 &= \tau_2 \left(3\pi^2 n\right)^{\frac{1}{3}} \frac{\hbar}{m} \simeq 6.63 \times 10^{-11}\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

# Exercício 26

Um electrão que se move com uma velocidade de *drift* $v_d$ sofre o efeito de uma força dada por:

$$\boldsymbol{F} = e\left(\mathbf{J} \times \mathbf{B}\right)$$

Com $\boldsymbol{B}$ normal à barra.

Isto resulta num campo eléctrico transverso:

$$E_\perp = \frac{|\boldsymbol{F}|}{e} = v_d B$$

e a voltagem de Hall (na verdade uma emf) é:

$$V_H = wE_\perp = wv_d B$$

com $w$ a largura da barra.

No entanto sabe-se que: $v_d = \frac{J}{\rho}$, logo:

$$E_\perp = \frac{JB}{\rho} = \frac{IB}{\rho w t} \tag{1}$$

E a voltagem de Hall entre os pontos A e B, exactamente transversos à barra, pode ser expressa em termos da corrente $I$ como:

$$V_H = V_{AB} = wE_\perp = \frac{IB}{\rho t}$$

Com:

$$\begin{aligned} t &\equiv \text{corrente na barra} \\ B &\equiv \text{campo magnético normal à barra} \\ \rho &\equiv \text{densidade da carga} \\ t &\equiv \text{espessura da barra} \end{aligned}$$

Vejamos o que sucede se os pontos não se encontrarem exactamente transversos à barra.

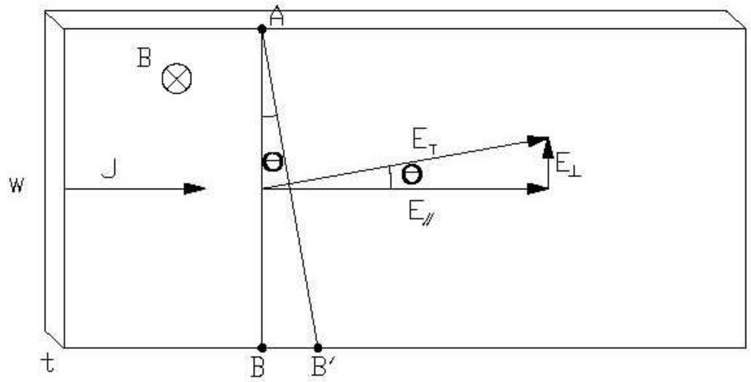



Figura 1: Esquema da barra e dos campos eléctricos

Um electrão na barra é sujeito a dois campos eléctricos: um $E_{\parallel}$ paralelo à barra e outro $E_{\perp}$ transverso à barra, dado pela equação 1 é:

$$E_{\parallel} = \frac{J}{\sigma} = \frac{I}{\sigma w t}.$$

Na figura 2 A razão de $E_{\perp}$ por $E_{\parallel}$ é:

$$\frac{E_{\perp}}{E_{\parallel}} = \frac{JB\sigma}{\rho J} = \frac{\sigma}{\rho} B$$

Logo, entre $A$ e $B'$ não existe diferença de potencial uma vez que $E_T$ é perpendicular à linha une estes dois pontos. Como $E \propto \nabla V$ resulta que $E_T$ é perpendicular a equipotenciais. Logo:

$$V_{AB'} = 0 \quad V_{BB'} = V_{AB} = V_H$$

Calculemos a diferença de potencial entre dois pontos $A$ e $C$ não exactamente transversais à barra e também não colineares com $A$ e $B'$. Logo o segmento de recta que os definem faz um ângulo $\alpha$ com a vertical.

A diferença de potencial entre $A$ e $C$ é:

$$V_{AC} = wE_T \cos\beta$$

com $\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha + \theta$. Desenvolvamos esta expressão:

$$\begin{aligned} V_{AC} &= wE_T \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha + \theta\right) \\ &= wE_T \sin(\theta - \alpha) \\ &= wE_T (\sin\theta\cos\alpha - \cos\theta\sin\alpha) \\ &= V_H \cos\alpha - w\frac{I}{\sigma w t}\sin\alpha \end{aligned}$$

Se se medir com $B \longrightarrow -B$ teremos $V_H \longrightarrow -V_H$, pelo que:

$$V_{AC}^{-} = -w\frac{I}{\sigma w t}\sin\alpha - wV_H\cos\alpha$$

Somando os dois resultados:

$$V_{AC} + V_{AC}^{-} = -2\frac{I}{\sigma t}\sin\alpha$$

Mas $I$, $\sigma$ e $t$ são conhecidos, pelo que $\sin\alpha$ e, por conseguinte, $\alpha$ estão perfeitamente determinados.

Logo:

$$V_H = \frac{V_{AC}}{\cos\alpha} - \frac{I}{\sigma t}\tan\alpha$$

# Exercício 27

## a)

Substituindo temos que:

$$-\frac{\hbar^2}{2m_e}\frac{1}{\sigma^2}\frac{\mathrm{d}^2\tilde{\psi}(\sigma\tilde{x})}{\mathrm{d}\tilde{x}^2}-\frac{\hbar^2}{m_e}\frac{1}{\sigma}\tilde{U}e^{-\frac{\tilde{x}^2}{2}}\tilde{\psi}(\sigma\tilde{x})=E\tilde{\psi}(\sigma\tilde{x})$$

Onde também se definiu a energia adimensional:

$$\tilde{U}=\left(\frac{m_e\sigma^2}{\hbar^2}\right)U\simeq 3$$

Como `eig` não é um valor próprio, a função de onda diverge para grandes valores de $\tilde{x}$, como se pode ver na figura

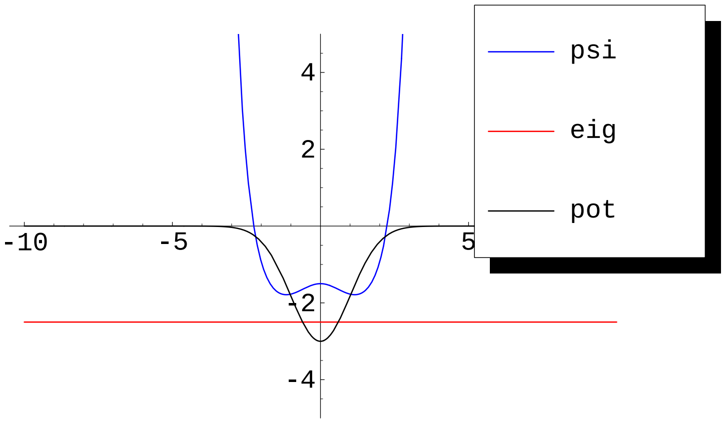
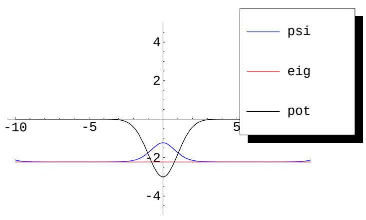


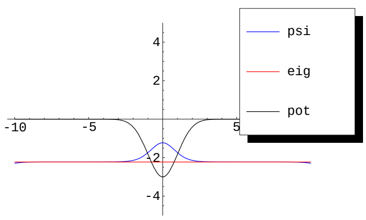

Figura 2: Solução da equação de Schrödinger para `eig`=-2.5

## b)

Variando o valor de `eig` obtive-se que o valor próprio se encontra no intervalo $[-2.228381959, -2.228381957]$, na figura 3.




(a) eig=-2.228381959




(b) eig=-2.228381957

Figura 3: Gráficos para os extremos dos valores de `eig`